

## Chapitre XXI

# ONDES RÉFLÉCHIES ET ONDES TRANSMISES.

Joël SORNETTE vous prie de ne pas utiliser son cours à des fins professionnelles ou commerciales sans autorisation.

*L'expérience prouve que quand une onde progressive, de quelque nature qu'elle soit (son, lumière, houle, etc.) arrive sur la surface de séparation entre deux milieux de propriétés différentes, elle donne naissance à une onde réfléchie qui repart vers le premier milieu et une onde transmise qui se propage dans le second. Ici nous étudierons uniquement des ondes planes, ce qui sera une bonne approximation si la distance de la source est grande devant la surface utile séparant les deux milieux et nous supposerons aussi cette surface plane, ce qui sera une bonne approximation si son rayon de courbure est grand devant la longueur d'onde du phénomène.*

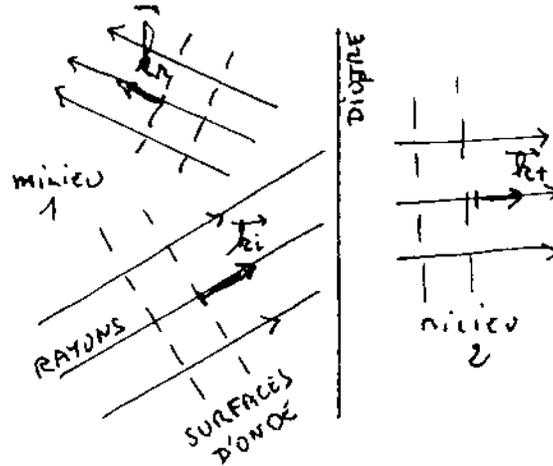
*Deux problèmes se posent. Le premier est celui des directions dans lesquelles se propagent les ondes réfléchie et transmise. Dans le cas de la lumière, les lois expérimentales ont été découvertes en 1621 par SNELL en Hollande, puis indépendamment (dit-on en France) par DESCARTES en France. Nous les démontrerons sans avoir besoin de préciser la nature de l'onde; il s'agit de lois ondulatoires et non pas électromagnétiques. D'ailleurs une troupe de militaires marchant au pas est une onde dont les surfaces d'onde sont les rangées de soldats et les rayons les colonnes; si les soldats ont bien été dressés à progresser dans une direction orthogonale aux rangées, quand la troupe arrive en biais à la lisière entre une zone où l'on progresse vite (sol sec) et une où l'on progresse lentement (boue), alors de façon tout à fait inconsciente, elle change de direction en vérifiant les lois de SNELL-DESCARTES et je suis sûr que, si l'on me le demande gentiment, je me ferai un plaisir de le montrer.*

*Le second problème est celui de la répartition de l'énergie entre l'onde réfléchie et l'onde réfractée. Là, la mise en forme du raisonnement dépend de la nature de l'onde, mais une fois les équations mises en place, il s'agit toujours du même type de calculs et il y a une forte convergence dans l'allure des résultats. Nous étudierons ici le cas des ondes électromagnétiques et plus tard celui des ondes sonores et rencontrerons ou avons déjà rencontré d'autres exemples en exercice.*

## XXI-1 Lois de Snell-Descartes

Considérons une surface plane d'équation  $x = 0$  séparant deux milieux homogènes différents. Dans la pratique, la surface pourra être courbe pourvu que ses rayons de courbure soient grands devant la longueur d'onde des phénomènes ondulatoires étudiés. De même, l'onde peut ne pas être plane pourvu que le rayon de courbure des surfaces d'onde soit grand devant la longueur d'onde.

Considérons une onde plane progressive sinusoïdale en  $\exp j(\omega_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{OM})$  avec  $\vec{k}_i = k_{i1} \vec{e}_x + k_{i2} \vec{e}_y + k_{i3} \vec{e}_z$  se propageant dans le milieu situé côté  $x < 0$  qu'on appellera milieu 1 et se dirigeant vers la surface de séparation (cf figure ci-dessous). Cette onde sera appelée onde *incidente*.



Elle donne naissance à une onde *réfléchie* en  $\exp j(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{OM})$  avec  $\vec{k}_r = k_{r1} \vec{e}_x + k_{r2} \vec{e}_y + k_{r3} \vec{e}_z$  qui repart dans l'autre sens dans le milieu 1 et une onde *transmise* en  $\exp j(\omega_t t - \vec{k}_t \cdot \vec{OM})$  avec  $\vec{k}_t = k_{t1} \vec{e}_x + k_{t2} \vec{e}_y + k_{t3} \vec{e}_z$  qui se propage dans le milieu 2, côté  $x > 0$ .

Les lois de la physique entraînent la continuité de certaines fonctions scalaires ou de certaines composantes de fonctions vectorielles, continuité qui est vérifiée à la traversée de la surface de séparation en chacun de ses points et à chaque instant. On notera  $A$  l'une de ces grandeurs,  $A_i(M, t)$ ,  $A_r(M, t)$ ,  $A_t(M, t)$  les fonctions sinusoïdales associées aux trois ondes et respectivement :

$$\underline{A}_{i0} \exp j(\omega_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{OM})$$

$$\underline{A}_{r0} \exp j(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{OM})$$

$$\underline{A}_{t0} \exp j(\omega_t t - \vec{k}_t \cdot \vec{OM})$$

les fonctions complexes associées.

Les fonctions qui se raccordent sont, côté  $x < 0$ , la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie, c'est-à-dire leur somme puisqu'on est dans un contexte de linéarité et, côté  $x > 0$ , l'onde transmise. On a donc, puisque la

continuité est vérifiée à tout instant et en tout point de la surface :

$$\begin{aligned} \forall y \forall z \forall t \lim_{x \rightarrow 0^-} \underline{A}_{i0} \exp j(\omega_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{OM}) + \underline{A}_{r0} \exp j(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{OM}) = \dots \\ \dots = \lim_{x \rightarrow 0^+} \underline{A}_{t0} \exp j(\omega_t t - \vec{k}_t \cdot \vec{OM}) \end{aligned}$$

soit en développant les produits scalaires et en faisant tendre  $x$  vers 0 :

$$\begin{aligned} \forall y \forall z \forall t \underline{A}_{i0} \exp j(\omega_i t - k_{i2} y - k_{i3} z) + \underline{A}_{r0} \exp j(\omega_r t - k_{r2} y - k_{r3} z) = \dots \\ \dots = \underline{A}_{t0} \exp j(\omega_t t - k_{t2} y - k_{t3} z) \end{aligned}$$

comme c'est vrai pour tout  $y$  et pour tout  $z$ , c'est vrai, à tout instant pour  $y = 0$  et  $z = 0$ , donc :

$$\forall t \underline{A}_{i0} \exp j(\omega_i t) + \underline{A}_{r0} \exp j(\omega_r t) = \underline{A}_{t0} \exp j(\omega_t t)$$

Or la somme de deux fonctions sinusoidales n'est sinusoidale que si les pulsations sont égales (sinon, on aurait des battements, tout physicien le sait bien) et alors la somme est une sinusöide de même pulsation. On est donc amené à la conclusion que les trois pulsations sont égales, ce qui est physiquement naturel; donc  $\omega_i = \omega_r = \omega_t$ .

On remarquera enfin que  $\lim_{x \rightarrow 0^-} (A_i + A_r) = \lim_{x \rightarrow 0^+} A_t$  conduit simplement à  $\underline{A}_{i0} + \underline{A}_{r0} = \underline{A}_{t0}$ , ce qui permettra plus loin d'abröger les calculs.

*Si l'on tient à plus de rigueur mathématique, on montre ainsi l'égalité des trois pulsations :*

*Il est impossible que les pulsations soient deux à deux différentes, car alors la famille des trois exponentielles est libre, donc les trois amplitudes complexes sont nulles, ce qui est exclu (car il est sous-entendu que l'onde incidente existe, donc est d'amplitude non nulle).*

*Si deux pulsations sont égales, disons, pour fixer les idées,  $\omega_i = \omega_r$ , alors le même raisonnement conduit à  $\underline{A}_{r0} = -\underline{A}_{i0}$  et  $\underline{A}_{t0} = 0$ , ce qui met à mal notre démonstration (à juste titre, du reste, car cette situation est justement celle de la réflexion sur un métal parfait, qui sera étudiée au dernier paragraphe de ce chapitre).*

*Ce qui nous sauve, c'est qu'il y a presque toujours plusieurs grandeurs continues, donc au moins une autre grandeur  $B$ , ce qui conduit aussi à  $\underline{B}_{r0} = -\underline{B}_{i0}$ ; par ailleurs la linéarité du problème montre que  $A$  et  $B$  sont proportionnels, donc qu'il existe deux constantes  $\lambda_i$  et  $\lambda_r$ , qui en pratique sont toujours différentes, telles que  $\underline{B}_{i0} = \lambda_i \underline{A}_{i0}$  et  $\underline{B}_{r0} = \lambda_r \underline{A}_{r0}$*

*On a donc simultanément*

$$\underline{A}_{i0} + \underline{A}_{r0} = 0$$

$$\lambda_i \underline{A}_{i0} + \lambda_r \underline{A}_{r0}$$

*La résolution de ce système de déterminant non nul donne  $\underline{A}_{i0} = 0$ , ce qui est exclu par hypothèse.*

*Ne reste que la troisième hypothèse : les trois pulsations sont égales.*

*C'est délicat; on a donc le droit de se contenter de l'explication du physicien.*

Il y a bien plus important que l'égalité des pulsations. On démontrerait de la même façon les égalités suivantes :

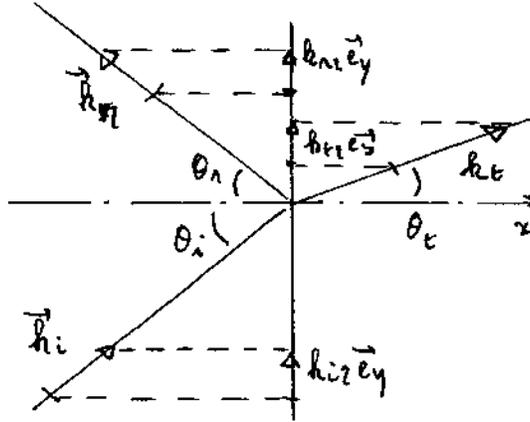
$$k_{i2} = k_{r2} = k_{t2}$$

$$k_{i3} = k_{r3} = k_{t3}$$

(mais rien concernant  $k_{i1}$ ,  $k_{r1}$  ni  $k_{t1}$ ). On peut résumer la chose en disant que :

*Les projections des trois vecteurs d'onde sur la surface de séparation sont égales.*

On peut toujours choisir les axes de sorte que  $k_{i3} = 0$  et  $k_{i2} > 0$ ; on en déduit la figure suivante :



car  $k_{r2} = k_{t2} = 0$  et  $k_{r3} = k_{t3} > 0$ , ce qu'on traduit traditionnellement par ces formules concernant trois rayons arrivant ou partant du même point  $O$  où le *plan d'incidence* désigne le plan contenant la normale à la surface de séparation et le rayon incident :

*Le rayon réfléchi (ou transmis) est dans le plan d'incidence.*

*Le rayon réfléchi (ou transmis) et le rayon incident sont de part et d'autre de la normale.*

Allons encore plus loin. Appelons  $V_1$  et  $V_2$  les vitesses de propagation des ondes étudiées dans chacun des deux milieux. On se souvient que  $\|\vec{k}_i\| = \|\vec{k}_r\| = \omega_i/V_1$  (ondes se propageant dans le milieu 1) et  $\|\vec{k}_t\| = \omega_i/V_2$  (dans le milieu 2). Définissons un *indice de réfraction* par  $V = V_{réf}/n$ , donc  $V_1 = V_{réf}/n_1$  et  $V_2 = V_{réf}/n_2$  où  $V_{réf}$  est une vitesse de référence, *a priori* arbitraire (dans le cas des ondes électromagnétiques, on choisit  $c$ , vitesse de la lumière dans le vide qui est une constante universelle). On a donc  $\|\vec{k}_i\| = \|\vec{k}_r\| = n_1 \omega_i/V_{réf}$  et  $\|\vec{k}_t\| = n_2 \omega_i/V_{réf}$ . Appelons (voir figure précédente)  $\theta_i$ ,  $\theta_r$  et  $\theta_t$  les angles que font les rayons incident, réfléchi et transmis avec la normale, appelés angles d'incidence, de réflexion et de réfraction; on a donc :

$$k_{i2} = \|\vec{k}_i\| \sin \theta_i = n_1 \omega \sin \theta_i / V_{réf}$$

$$k_{r2} = \|\vec{k}_r\| \sin \theta_r = n_1 \omega \sin \theta_r / V_{réf}$$

$$k_{t2} = \|\vec{k}_t\| \sin \theta_t = n_2 \omega \sin \theta_t / V_{réf}$$

Ces trois grandeurs sont égales, on en tire

- d'une part  $\sin \theta_r = \sin \theta_t$  d'où  $\theta_r = \theta_t$

*L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence*

- d'autre part  $n_2 \sin \theta_t = n_1 \sin \theta_i$

*L'angle de réfraction et l'angle d'incidence vérifient la loi de Snell-Descartes*

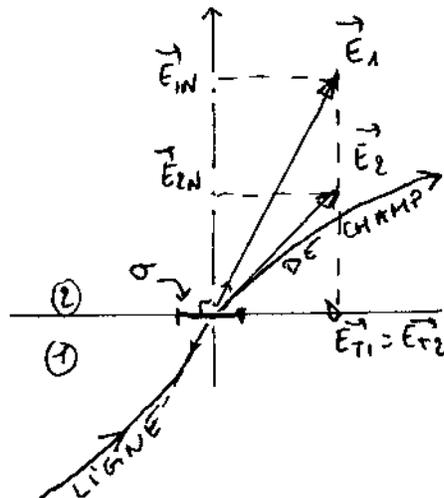
Insistons sur le fait que cette démonstration n'a pas nécessité de préciser ni la nature des ondes, ni la nature des grandeurs continues ; ses conclusions sont donc valables pour tous les types d'onde (lumière, son, houle, etc.)

## XXI-2 Réflexion et transmission d'ondes électromagnétiques

### XXI-2.a Relations de passage

Revenons à l'électromagnétisme. De part et d'autre d'une surface de séparation entre deux milieux, l'expérience prouve que d'une part s'accumulent une grande quantité de charges, éventuellement mobiles parallèlement à cette surface, et que d'autre part le champ électromagnétique varie très rapidement, tout cela sur une très faible distance, tout à fait négligeable à notre échelle. Il est dès lors commode de modéliser cette situation, en faisant tendre fictivement l'épaisseur de transition vers zéro. Les charges et courants accumulés dans cette région deviennent des charges et courants surfaciques et les variations rapides des discontinuités.

On peut, à partir des équations de MAXWELL trouver le lien entre les discontinuités des champs et les densités surfaciques de charge et de courants. Ce n'est pas l'objectif du programme et nous nous contenterons d'affirmer les formules nécessaires. Précisons les notations (cf figure ci-dessous).



Une surface sépare un milieu 1 d'un milieu 2, on appelle  $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$  le vecteur normal à la surface, dirigé du milieu 1 vers le milieu 2. On appelle respectivement  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  les *limites* du champ électrique quand on tend vers la surface en provenance du milieu 1 ou 2, on décompose ces vecteurs en un vecteur normal à la surface, appelé composante normale et un vecteur parallèle à la surface, appelé composante tangentielle; on note  $\vec{E}_1 = \vec{E}_{1N} + \vec{E}_{1T}$  et  $\vec{E}_2 = \vec{E}_{2N} + \vec{E}_{2T}$ . On procède de même pour le champ magnétique.

Pour une portion élémentaire de la surface de séparation d'aire  $dS$ , la charge accumulée de part et d'autre est  $dq$  et l'on note  $\sigma = dq/dS$  la densité surfacique de charges, qu'on décompose comme pour une densité volumique en somme de termes correspondant à chaque type de charges, soit

$$\sigma = \sum_i \sigma_i$$

Chaque type de charge ayant une vitesse moyenne  $\vec{V}_i$  parallèle à la surface, on définit la densité surfacique de courant, par analogie avec la densité volumique, par  $\vec{i}_S = \sum_i \sigma_i \vec{V}_i$ , lui même parallèle à la surface.

On démontre et nous admettrons donc les formules suivantes :

$$\vec{E}_{2N} - \vec{E}_{1N} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

$$\vec{E}_{2T} - \vec{E}_{1T} = \vec{0}$$

soit  $\vec{E}_T$  est continu

$$\vec{B}_{2N} - \vec{B}_{1N} = \vec{0}$$

soit  $\vec{B}_N$  est continu

$$\vec{B}_{2T} - \vec{B}_{1T} = \mu_0 \vec{i}_S \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

On suggère vivement au lecteur d'une part de comparer le champ électrique à l'intérieur d'une sphère uniformément chargée en surface au champ à l'extérieur, d'autre part de comparer le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde au champ à l'extérieur et de vérifier dans ces deux cas la validité des relations de passage.

En faisant la distinction entre charges libres et charges liées, on peut écrire :

$$\sigma = \sigma_{lib} + \sigma_{lié}$$

$$\vec{i}_S = \vec{i}_{Slib} + \vec{i}_{Slié}$$

Il y a toujours, a priori, des charges liées qui s'accumulent en surface ; on doit donc toujours tenir compte qu'a priori  $\sigma \neq 0$ .

Pour les courants surfaciques, c'est plus subtil. Dans les diélectriques *non magnétiques* les plus abondants de loin et les seuls au programme, les courants liés surfaciques sont nuls (ça, c'est quasiment impossible à justifier simplement dans le cadre du programme). Si l'un au moins des deux milieux est conducteur, on doit tenir compte des courants libres ; mais si l'on étudie des conducteurs réels à conductivité finie, les courants libres surfaciques sont négligeables car les courants se répartissent sur une profondeur d'effet de peau non négligeable.

Résumons donc les situations au programme :

Dans toutes les situations, a priori  $\sigma \neq 0$

Un des deux milieux est conducteur parfait :  $\vec{i}_S \neq \vec{0}$

Hormis le cas précédent, dans le cadre du programme :  $\vec{i}_S = \vec{0}$

Désolé : comme le programme exclut toute démonstration à ce sujet, je crains bien que le lecteur ne soit obligé d'apprendre tout cela par cœur.

## XXI-2.b Coefficients de réflexion et transmission en incidence normale

Nous sommes maintenant prêts pour étudier la réflexion et la transmission d'une onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale à la traversée d'un dioptré plan, c'est à dire la surface de séparation entre deux matériaux diélectriques linéaires homogènes isotropes, non magnétiques et non conducteurs. Nous n'étudierons en cours que le cas de diélectriques transparents, c'est-à-dire non absorbants, d'indices réels notés  $n_1$  et  $n_2$  et de l'incidence normale, c'est-à-dire que la direction de propagation de l'onde est la normale  $Ox$  du dioptré ; les lois de DESCARTES montrent qu'il en est de même pour les ondes réfléchie et transmise.

Nous supposons en outre, pour alléger les calculs, que l'onde est polarisée rectilignement selon  $Oy$ . Les résultats obtenus seront néanmoins valables pour une onde polarisée elliptiquement.

Notons ainsi le champ électrique de l'onde incidente :

$$\vec{E}_i = \underline{E}_{i0} \exp j(\omega t - k x) \vec{e}_y$$

avec  $k = \omega/V_\varphi = \omega/(c/n_1) = n_1 \omega/c$  d'où :

$$\vec{E}_i = \underline{E}_{i0} \exp j\omega(t - n_1 x/c) \vec{e}_y$$

L'étude du chapitre précédent montre que :

$$\vec{B}_i = (\vec{k}/\omega) \wedge \vec{E}_i = (k/\omega) \vec{e}_x \wedge \vec{E}_i = (n_1/c) \vec{e}_x \wedge \vec{E}_i = (n_1/c) \underline{E}_{i0} \exp j\omega(t - n_1 x/c) \vec{e}_z$$

De même les champs électrique et magnétique de l'onde réfléchie peuvent s'écrire, en faisant toutefois attention que son vecteur d'onde est  $(n_1/c)(-\vec{e}_x)$  :

$$\begin{aligned}\vec{E}_r &= \underline{E}_{r0} \exp j\omega(t + n_1 x/c) \vec{e}_y \\ \vec{B}_r &= -(n_1/c) \underline{E}_{r0} \exp j\omega(t + n_1 x/c) \vec{e}_z\end{aligned}$$

Enfin pour l'onde transmise (dans le milieu d'indice  $n_2$ ) :

$$\begin{aligned}\vec{E}_t &= \underline{E}_{t0} \exp j\omega(t - n_2 x/c) \vec{e}_y \\ \vec{B}_t &= (n_2/c) \underline{E}_{t0} \exp j\omega(t - n_2 x/c) \vec{e}_z\end{aligned}$$

Le champ électrique est tangentiel, il est donc continu. Les deux milieux ne sont ni conducteurs, ni magnétiques, il n'y a donc ni courants surfaciques libres, ni liés, donc le champ magnétique, tangentiel, est lui aussi continu. On a vu un peu plus haut comment cette continuité se reporte sur les amplitudes complexes. On a donc :

$$\begin{aligned}\underline{E}_{i0} + \underline{E}_{r0} &= \underline{E}_{t0} \\ \frac{n_1}{\epsilon} \underline{E}_{i0} - \frac{n_1}{\epsilon} \underline{E}_{r0} &= \frac{n_2}{\epsilon} \underline{E}_{t0}\end{aligned}$$

On en tire aisément :

$$\begin{aligned}\underline{E}_{t0} &= \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \underline{E}_{i0} \\ \underline{E}_{r0} &= \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \underline{E}_{i0}\end{aligned}$$

On appelle coefficients de réflexion et de transmission les rapports  $r_E = \underline{E}_{r0}/\underline{E}_{i0}$  et  $t_E = \underline{E}_{t0}/\underline{E}_{i0}$ , on a donc les formules, qu'on est pas censé retenir, mais censé savoir retrouver :

$$\begin{aligned}r_E &= \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \\ t_E &= \frac{2n_1}{n_1 + n_2}\end{aligned}$$

On remarquera que  $r_E$  est négatif si  $n_2 > n_1$ . En particulier, la réflexion sur du verre d'une onde se propageant dans l'air entraîne un changement de signe. Dans un phénomène d'interférences, ce changement remplace une somme par une différence et là où l'ordre d'interférence est entier, on a donc un minimum d'éclairement au lieu d'un maximum, et pour un ordre semi-entier, un maximum au lieu d'un minimum.

On aurait pu aussi définir des coefficients de réflexion et transmission à partir des champs magnétiques par  $r_B = \underline{B}_{r0}/\underline{B}_{i0}$  et  $t_B = \underline{B}_{t0}/\underline{B}_{i0}$ . Comme on a  $\underline{B}_{i0} = \frac{n_1}{c} \underline{E}_{i0}$ ,  $\underline{B}_{r0} = -\frac{n_1}{c} \underline{E}_{r0}$  et  $\underline{B}_{t0} = \frac{n_2}{c} \underline{E}_{t0}$ , on en tire :

$$\begin{aligned}r_B &= -r_E = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \\ t_B &= \frac{n_2}{n_1} t_E = \frac{2n_2}{n_2 + n_1}\end{aligned}$$

Le but de cette remarque n'est pas de donner des formules supplémentaires à retenir, mais de faire prendre conscience que les coefficients de réflexion et de transmission ont des expressions qui dépendent du choix de la grandeur physique choisie et qu'il faut donc préciser ce choix.

**XXI-2.c Coefficients de réflexion et transmission énergétiques**

Calculons les puissances surfaciques transportées par les ondes incidente, réfléchie et transmise, c'est-à-dire leurs vecteurs de POYNTING (attention encore et toujours au retour aux notations réelles). Pour l'onde incidente, on a (cf *supra*) :

$$\begin{aligned}\vec{E}_i &= E_{i0} \cos(\omega t - kx + \varphi) \vec{e}_y \\ \vec{B}_i &= (n_1/c) E_{i0} \cos(\omega t - kx + \varphi) \vec{e}_z \\ \vec{\Pi}_i &= \frac{1}{\mu_0} \vec{E}_i \wedge \vec{B}_i = (n_1/\mu_0 c) E_{i0}^2 \cos^2(\omega t - kx + \varphi) \vec{e}_x\end{aligned}$$

soit en module, puis en valeur moyenne temporelle :

$$\begin{aligned}\|\vec{\Pi}_i\| &= (n_1/\mu_0 c) E_{i0}^2 \cos^2(\omega t - kx + \varphi) \\ \langle \|\vec{\Pi}_i\| \rangle &= (n_1/2\mu_0 c) E_{i0}^2\end{aligned}$$

de même (attention aux indices de réfraction) :

$$\begin{aligned}\langle \|\vec{\Pi}_r\| \rangle &= (n_1/2\mu_0 c) E_{r0}^2 \\ \langle \|\vec{\Pi}_t\| \rangle &= (n_2/2\mu_0 c) E_{t0}^2\end{aligned}$$

Les coefficients de réflexion et de transmission en énergie sont respectivement :

$$\begin{aligned}R &= \frac{\langle \|\vec{\Pi}_r\| \rangle}{\langle \|\vec{\Pi}_i\| \rangle} = \left( \frac{E_{r0}}{E_{i0}} \right)^2 = r^2 = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \\ T &= \frac{\langle \|\vec{\Pi}_t\| \rangle}{\langle \|\vec{\Pi}_i\| \rangle} = \frac{n_2}{n_1} \left( \frac{E_{t0}}{E_{i0}} \right)^2 = \frac{n_2}{n_1} t^2 = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}\end{aligned}$$

On remarquera, bien sûr, que  $R + T = 1$ , ce qui traduit la conservation de l'énergie.

Plus fondamentalement en fait  $R = |r_E \cdot r_B|$  et  $T = t_E \cdot t_B$ .

Une application numérique s'impose dans le cas du dioptre air/verre ( $n_1 = 1$  et  $n_2 \approx 1,5$ ). On a  $R = [(1,5 - 1)/(1,5 + 1)]^2 = (0,5/2,5)^2 = (1/5)^2 = 1/25 = 0,04$  et  $T = 1 - R = 0,96$ . C'est dire que l'essentiel de l'énergie est transmise. Cependant, dans un bon objectif d'appareil photographique, on compte cinq lentilles donc dix dioptries et le coefficient de transmission global est donc  $0,96^{10} = 0,66$  et il peut être utile de gagner en luminosité par un traitement anti-reflet (cf exercices).

On pourra aussi s'intéresser, en exercice, à ce que deviennent  $R$  et  $T$  quand  $n_1$  et/ou  $n_2$  est/sont complexe(s).

**XXI-2.d Réflexion sur un miroir métallique parfait**

Bien que cette situation ne soit pas au programme, nous avons tous les moyens pour la traiter. On paramètre l'onde incidente et l'onde réfléchie comme ci-dessus et l'on se rappelle que dans un métal parfait en régime sinusoïdal, les champs sont nuls. Ici la seule continuité disponible est celle du champ électrique tangentiel, mais nous n'avons pas besoin de plus car nous n'avons qu'une inconnue : l'onde réfléchie. Les calculs ci-dessus, adaptés à cette situation, conduisent alors à :

$$E_{i0} + E_{r0} = 0$$

$$r = -1$$

$$R = 1$$

Avec  $E_{r0} = E_{i0}$  et en notation réelles, le champ électromagnétique total est :

$$E_{i0} [\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx)] = 2 E_{i0} \cos(kx) \cos(\omega t)$$

$$(k/\omega) E_{i0} [\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)] = (2k/\omega) E_{i0} \sin(kx) \sin(\omega t)$$

On retrouve une structure d'onde stationnaire ; les champs électrique et magnétique sont en quadrature dans le temps et dans l'espace. Aux nœuds de l'un correspondent les ventres de l'autre. Selon que le détecteur utilisé est une antenne rectiligne, sensible au champ électrique, ou une bobine, sensible au champ magnétique, on ne devra pas le placer au même endroit pour mettre en évidence l'onde.